



Universitatea Valahia Târgoviște  
Facultatea de Științe și Arte  
Departamentul de Științe  
Bd. Unirii 18, 130082 Târgoviște  
[www.valahia.ro](http://www.valahia.ro) [fs.valahia.ro](http://fs.valahia.ro)

Societatea de Științe Matematice din  
România  
Filiala Dâmbovița  
Bd. Regele Carol I 62  
[www.freewebs.com/ssm\\_dambovita](http://www.freewebs.com/ssm_dambovita)



## Concursul de Matematică CHINDIA

Ediția a IV-a, Târgoviște, 21 Martie 2009

### CLASA A XII-A

**Subiectul 1.** Fie  $f_a: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_a(x) = \frac{1}{|x-a|+3}$ , unde  $a \in \mathbb{R}$ .

Demonstrați că  $f_a$  admite primitive și acestea sunt crescătoare, apoi calculați

$$I = \int_0^3 f_2(x) dx \quad \text{și} \quad \lambda = \lim_{a \rightarrow \infty} \int_0^3 f_a(x) dx.$$

**Subiectul 2.** Fie  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$ ,  $g(x) = \int_{-x}^x f(t) \cos t dt$ . Calculați:

$$J = \int_0^1 f(x) dx \quad \text{și} \quad \omega = g\left(\frac{\pi}{2}\right).$$

**Subiectul 3.** Fie  $\varepsilon = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$  și  $\mathbb{Q}(\varepsilon) = \{a + b\varepsilon \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$ .

a) Arătați că  $\varepsilon^2 \in \mathbb{Q}(\varepsilon)$ .

b) Arătați că inversul oricărui element nenul din  $\mathbb{Q}(\varepsilon)$  aparține mulțimii  $\mathbb{Q}(\varepsilon)$ .

c) Arătați că mulțimea  $M = \{a^2 - ab + b^2 \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$  este parte stabilă a lui  $\mathbb{Z}$  în raport cu înmulțirea.

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 2 ore.